



學斯教育
HOKSI EDUCATION

函數與圖像

香港中學文憑試數學必修部分

Hoksi Education

版本 2026.1.0 | 2026-08-27

2 函數與圖像

2.1 函數符號

函數 f 為其定義域內的每一個輸入值 x 指定唯一一個輸出值 $f(x)$ 。所有輸出值組成的集合稱為**值域**。

例題 2.1 (求函數值). 設 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ，求 $f(-2)$ 及 $f(a+1)$ 。

解。

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3(-2) + 1 = 8 + 6 + 1 = 15,$$

$$f(a+1) = 2(a+1)^2 - 3(a+1) + 1 = 2a^2 + a.$$

2.2 二次函數的圖像

$y = ax^2 + bx + c$ 的圖像是一條拋物線。用配方法可得**頂點式**

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a},$$

因此頂點的 x 坐標為 $-\frac{b}{2a}$ ，對稱軸就是經過頂點的垂直線。

- 若 $a > 0$ ，拋物線開口向上，頂點為**最小值**。
- 若 $a < 0$ ，拋物線開口向下，頂點為**最大值**。

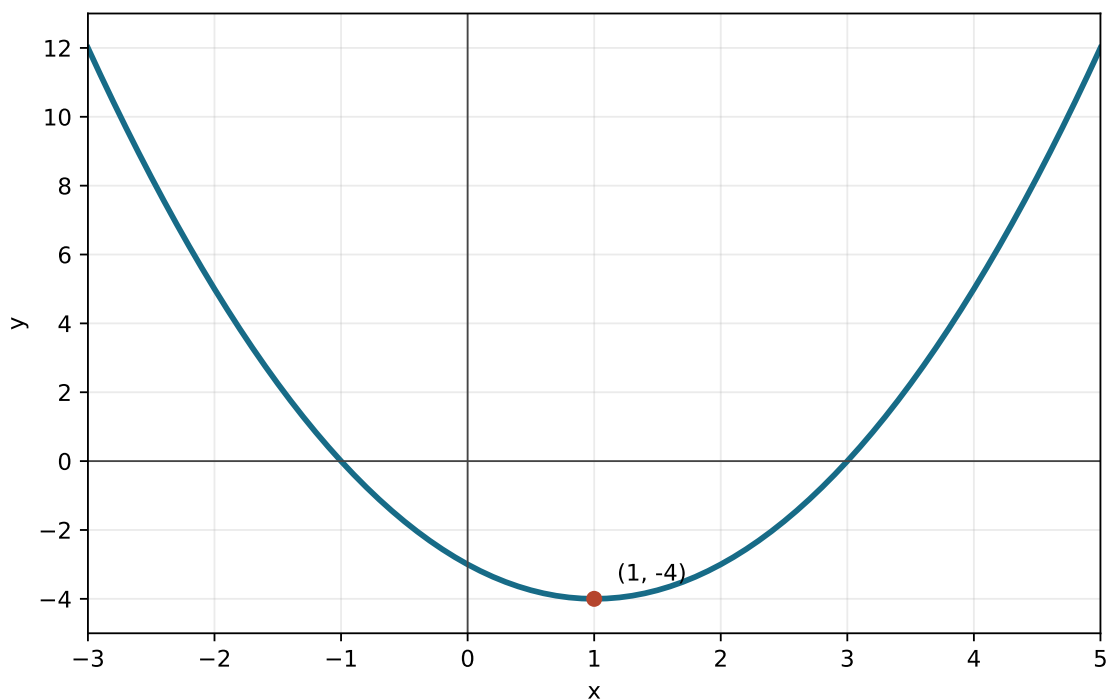


圖 2.1: 二次函數 $y = (x - 1)^2 - 4$ 的圖像

💡 應試技巧

必修部分的最值問題幾乎全部都可以化為求拋物線頂點。請用配方法，不要靠估。

例題 2.2 (求最大面積). 某人靠著一道直牆圍出一個長方形圍欄，其餘三邊共用 40 米圍欄。求可圍出的最大面積。

解。 設垂直於牆的兩邊長為 x 米，則平行於牆的一邊長為 $40 - 2x$ 米，面積為

$$A(x) = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x = -2(x - 10)^2 + 200.$$

由於 x^2 的係數為負， A 在 $x = 10$ 時取得最大值，最大面積為 200 m^2 。

2.3 圖像的變換

以 $y = f(x)$ 為起點：

表 2.1: 常見的圖像變換

變換	新方程	效果
向上平移 k	$y = f(x) + k$	沿 $+y$ 方向移 k 個單位
向右平移 h	$y = f(x - h)$	沿 $+x$ 方向移 h 個單位
對 x 軸反射	$y = -f(x)$	上下翻轉
對 y 軸反射	$y = f(-x)$	左右翻轉
垂直伸縮	$y = kf(x)$	y 值乘以 k

2.4 練習

1. 設 $f(x) = x^2 - 6x + 5$ 。把 $f(x)$ 寫成頂點式，並寫出頂點的坐標。
2. 把 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位。用 f 表示新圖像的方程。
3. 求 $-3x^2 + 12x - 7$ 的最大值。

答案

1. $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ ；頂點為 $(3, -4)$ 。
2. $y = f(x + 3) - 2$ 。
3. 最大值為 5，在 $x = 2$ 時取得。

函數與圖像

香港中學文憑試數學必修部分

由學斯教育有限公司開發及維護

本作品內容採用 CC BY-NC-SA 4.0 授權。

授權條款：<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.zh-hant>

香港的官立、資助、直資及私立中小學可為校內教學而複製、改編本作品，並透過學校營運的學習平台提供本作品；不論學校是否收取學費，此項許可均適用。署名及相同方式分享等其他授權條款仍然適用。

「學斯教育」及 Hoksi Education 的名稱、商標與標誌均屬學斯教育有限公司所有，不包含在內容授權範圍內。完整且未經修改的版本可保留該等商標及標誌；改編版本必須將其移除，除非事先取得書面許可。不得抽取、修改或獨立使用該等商標及標誌，亦不得以任何方式暗示學斯教育有限公司對第三方、產品或服務作出認可、合作或贊助。



網上版本

<https://books.hoksi-edu.com/zh-hk/dse-math-compulsory/>



回報錯誤

<https://github.com/Hoksi-Education/textbooks/issues/new>