



學斯教育
HOKSI EDUCATION

一元二次方程

香港中學文憑試數學必修部分

Hoksi Education

版本 2026.1.0 | 2026-08-27

1 一元二次方程

1.1 判別式

一元二次方程的一般形式為

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0, \quad (1.1)$$

其中 a 、 b 、 c 均為實數。式子

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

稱為 方程 1.1 的**判別式**，它決定了方程的根的性質。

表 1.1: 一元二次方程的根的性質

判別式	根的性質
$\Delta > 0$	兩個不相等的實根
$\Delta = 0$	兩個相等的實根（重根）
$\Delta < 0$	沒有實根（兩個複數根）

重要結果

方程 1.1 的根為

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

1.2 例題

例題 1.1 (求 k 的取值範圍). 已知方程 $x^2 + kx + (k + 3) = 0$ 有兩個不相等的實根，求 k 的取值範圍。

解。這裏 $a = 1$ 、 $b = k$ 、 $c = k + 3$ ，所以

$$\Delta = k^2 - 4(1)(k + 3) = k^2 - 4k - 12 = (k - 6)(k + 2).$$

有兩個不相等的實根即 $\Delta > 0$ ，故 $(k - 6)(k + 2) > 0$ 。兩個因式同號時 乘積為正，因此

$$k < -2 \quad \text{或} \quad k > 6.$$

1.3 根與係數的關係

若 α 及 β 為 方程 1.1 的兩根，則

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}.$$

利用這兩條關係式，即使不解方程，也可以回答關於根的問題。

例題 1.2 (運用兩根之和與兩根之積). 設 α 及 β 為 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的兩根，求 $\alpha^2 + \beta^2$ 。

解。已知 $\alpha + \beta = \frac{5}{2}$ ， $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ ，故

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4}.$$

1.4 練習

1. 用因式分解法解 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 。
2. 方程 $x^2 - 2mx + (m + 6) = 0$ 有兩個相等的實根，求 m 的所有可能值。
3. 設 α 及 β 為 $x^2 + 4x - 9 = 0$ 的兩根，求 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 。
4. 寫出一個以 $3 + \sqrt{2}$ 及 $3 - \sqrt{2}$ 為根的一元二次方程。

答案

1. $x = \frac{1}{3}$ 或 $x = 2$ 。
2. $m = -2$ 或 $m = 3$ 。
3. $\frac{4}{9}$ 。
4. $x^2 - 6x + 7 = 0$ 。

一元二次方程

香港中學文憑試數學必修部分

由學斯教育有限公司開發及維護

本作品內容採用 CC BY-NC-SA 4.0 授權。

授權條款：<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.zh-hant>

香港的官立、資助、直資及私立中小學可為校內教學而複製、改編本作品，並透過學校營運的學習平台提供本作品；不論學校是否收取學費，此項許可均適用。署名及相同方式分享等其他授權條款仍然適用。

「學斯教育」及 Hoksi Education 的名稱、商標與標誌均屬學斯教育有限公司所有，不包含在內容授權範圍內。完整且未經修改的版本可保留該等商標及標誌；改編版本必須將其移除，除非事先取得書面許可。不得抽取、修改或獨立使用該等商標及標誌，亦不得以任何方式暗示學斯教育有限公司對第三方、產品或服務作出認可、合作或贊助。



網上版本

<https://books.hoksi-edu.com/zh-hk/dse-math-compulsory/>



回報錯誤

<https://github.com/Hoksi-Education/textbooks/issues/new>