



學斯教育
HOKSI EDUCATION

香港中學文憑試 數學

必修部分

Hoksi Education

版本 2026.1.0 | 2026-08-27

目錄

前言	1
參與貢獻	1
授權	2
商標聲明	2
PDF 下載	3
整本教科書	3
逐章下載	3
1 一元二次方程	4
1.1 判別式	4
1.2 例題	5
1.3 根與係數的關係	5
1.4 練習	6
答案	6
2 函數與圖像	7
2.1 函數符號	7
2.2 二次函數的圖像	7
2.3 圖像的變換	8
2.4 練習	9
答案	9
3 坐標幾何	10
3.1 距離、中點與斜率	10
3.2 直線方程	10
3.3 圓	11
3.4 練習	11
答案	12
4 統計	13
4.1 集中趨勢的量度	13
4.2 離差的量度	13
4.3 標準分	14
4.4 練習	14
答案	14
參考資料	16

附錄	17
公式表	17
代數	17
坐標幾何	17
求積法	17
三角學	18
統計	18

前言

版本：2026.1.0

出版日期：2026-08-27

近年，香港新書價格持續上升，購置教科書及參考書的開支，為不少家長和學生增添了沉重負擔。因此，學斯教育有限公司建立了這個項目，致力編寫高質素、免費並公開的參考書，讓學生可以安心學習，家長亦可減輕負擔。

本書是本項目的首批成果之一，內容涵蓋香港中學文憑試（HKDSE）數學科 **必修部分** 的課程，並以開放原始碼形式編寫和發布。我們期望透過開放協作，讓內容得以持續修訂和完善，逐步建立一套真正服務香港學生、人人皆可使用的學習資源。

參與貢獻

我們歡迎學生、教師、家長及其他讀者參與改進本書。無論是指出錯誤、改善解說、補充例題或練習，還是提出其他建議，每一項貢獻都有助本書變得更準確、更實用。

- **沒有編程背景**：毋須安裝任何工具。你可以使用網頁側欄的「回報問題」，或直接在 [GitHub](#) 提出 [Issue](#)，列明語言版本、章節或頁面、發現的問題及建議修改內容；如涉及數學或資料錯誤，請附上計算過程或參考來源。
- **熟悉 Git 或編程**：你可以使用網頁側欄的「修改本頁」，或 Fork [本書的 GitHub 儲存庫](#)，修改相應的 .qmd 原始檔後提出 Pull Request，並簡述修改內容。

授權

本書內容採用 [CC BY-NC-SA 4.0](#) 授權。你可以自由複製、改編及再散布，包括用於教學，只要註明出處、不作商業用途，並以相同授權方式分享你的改編版本。

此外，香港的官立、資助、直資及私立中小學可為校內教學而複製、改編本作品，並透過學校營運的學習平台提供本作品；不論學校是否收取學費，此項許可均適用。其他授權條款，包括署名及相同方式分享，仍然適用。

商標聲明

「學斯教育」及 Hoksi Education 的名稱、商標與標誌均屬學斯教育有限公司所有，不包含在本書其他內容所採用的授權範圍內。

讀者可下載及原樣列印完整本書，包括書中所附的商標及標誌。此項許可不包括抽取、修改或獨立使用該等商標及標誌，亦不得以任何方式暗示學斯教育有限公司對第三方、產品或服務作出認可、合作或贊助。任何其他商業用途均須事先取得學斯教育有限公司的書面許可。

PDF 下載

整本教科書

- [下載《香港中學文憑試數學必修部分》整書 PDF](#)

逐章下載

- [一元二次方程](#)
- [函數與圖像](#)
- [坐標幾何](#)
- [統計](#)

1 一元二次方程

1.1 判別式

一元二次方程的一般形式為

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0, \quad (1.1)$$

其中 a 、 b 、 c 均為實數。式子

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

稱為 方程 1.1 的**判別式**，它決定了方程的根的性質。

表 1.1: 一元二次方程的根的性質

判別式	根的性質
$\Delta > 0$	兩個不相等的實根
$\Delta = 0$	兩個相等的實根（重根）
$\Delta < 0$	沒有實根（兩個複數根）

重要結果

方程 1.1 的根為

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

1.2 例題

例題 1.1 (求 k 的取值範圍). 已知方程 $x^2 + kx + (k + 3) = 0$ 有兩個不相等的實根，求 k 的取值範圍。

解。這裏 $a = 1$ 、 $b = k$ 、 $c = k + 3$ ，所以

$$\Delta = k^2 - 4(1)(k + 3) = k^2 - 4k - 12 = (k - 6)(k + 2).$$

有兩個不相等的實根即 $\Delta > 0$ ，故 $(k - 6)(k + 2) > 0$ 。兩個因式同號時 乘積為正，因此

$$k < -2 \quad \text{或} \quad k > 6.$$

1.3 根與係數的關係

若 α 及 β 為 方程 1.1 的兩根，則

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}.$$

利用這兩條關係式，即使不解方程，也可以回答關於根的問題。

例題 1.2 (運用兩根之和與兩根之積). 設 α 及 β 為 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的兩根，求 $\alpha^2 + \beta^2$ 。

解。已知 $\alpha + \beta = \frac{5}{2}$ ， $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ ，故

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4}.$$

1.4 練習

1. 用因式分解法解 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 。
2. 方程 $x^2 - 2mx + (m + 6) = 0$ 有兩個相等的實根，求 m 的所有可能值。
3. 設 α 及 β 為 $x^2 + 4x - 9 = 0$ 的兩根，求 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 。
4. 寫出一個以 $3 + \sqrt{2}$ 及 $3 - \sqrt{2}$ 為根的一元二次方程。

答案

1. $x = \frac{1}{3}$ 或 $x = 2$ 。
2. $m = -2$ 或 $m = 3$ 。
3. $\frac{4}{9}$ 。
4. $x^2 - 6x + 7 = 0$ 。

2 函數與圖像

2.1 函數符號

函數 f 為其定義域內的每一個輸入值 x 指定唯一一個輸出值 $f(x)$ 。所有輸出值組成的集合稱為**值域**。

例題 2.1 (求函數值). 設 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ，求 $f(-2)$ 及 $f(a+1)$ 。

解。

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3(-2) + 1 = 8 + 6 + 1 = 15,$$

$$f(a+1) = 2(a+1)^2 - 3(a+1) + 1 = 2a^2 + a.$$

2.2 二次函數的圖像

$y = ax^2 + bx + c$ 的圖像是一條拋物線。用配方法可得**頂點式**

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a},$$

因此頂點的 x 坐標為 $-\frac{b}{2a}$ ，對稱軸就是經過頂點的垂直線。

- 若 $a > 0$ ，拋物線開口向上，頂點為**最小值**。
- 若 $a < 0$ ，拋物線開口向下，頂點為**最大值**。

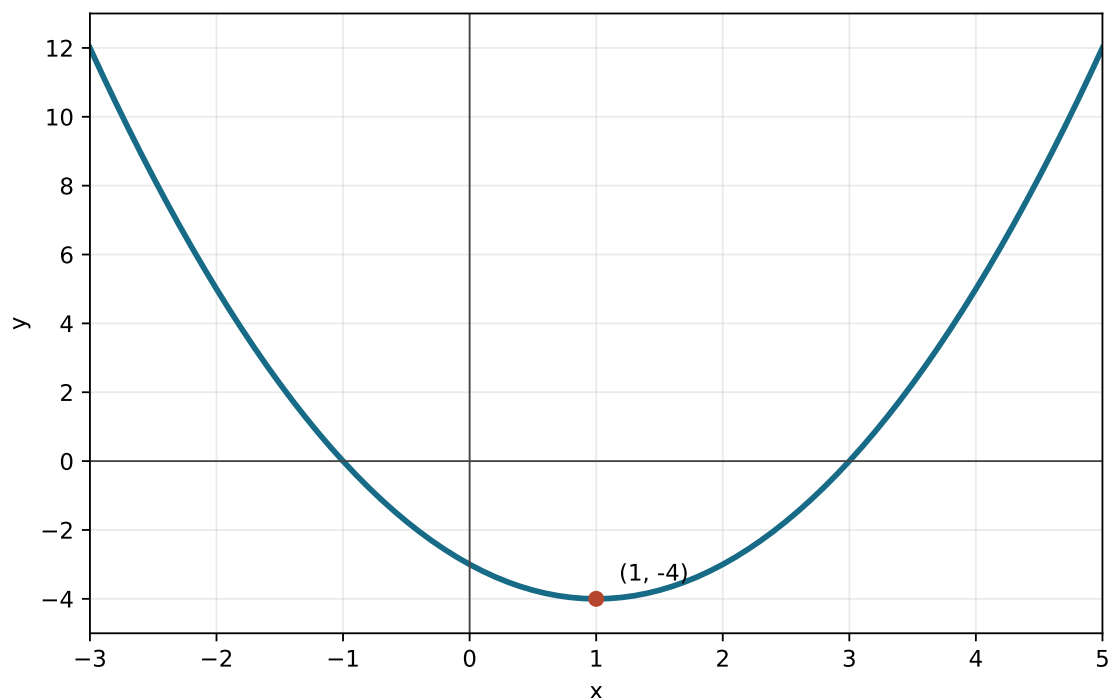


圖 2.1: 二次函數 $y = (x - 1)^2 - 4$ 的圖像

💡 應試技巧

必修部分的最值問題幾乎全部都可以化為求拋物線頂點。請用配方法，不要靠估。

例題 2.2 (求最大面積). 某人靠著一道直牆圍出一個長方形圍欄，其餘三邊共用 40 米圍欄。求可圍出的最大面積。

解。 設垂直於牆的兩邊長為 x 米，則平行於牆的一邊長為 $40 - 2x$ 米，面積為

$$A(x) = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x = -2(x - 10)^2 + 200.$$

由於 x^2 的係數為負， A 在 $x = 10$ 時取得最大值，最大面積為 200 m^2 。

2.3 圖像的變換

以 $y = f(x)$ 為起點：

表 2.1: 常見的圖像變換

變換	新方程	效果
向上平移 k	$y = f(x) + k$	沿 $+y$ 方向移 k 個單位
向右平移 h	$y = f(x - h)$	沿 $+x$ 方向移 h 個單位
對 x 軸反射	$y = -f(x)$	上下翻轉
對 y 軸反射	$y = f(-x)$	左右翻轉
垂直伸縮	$y = kf(x)$	y 值乘以 k

2.4 練習

1. 設 $f(x) = x^2 - 6x + 5$ 。把 $f(x)$ 寫成頂點式，並寫出頂點的坐標。
2. 把 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位。用 f 表示新圖像的方程。
3. 求 $-3x^2 + 12x - 7$ 的最大值。

答案

1. $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ ；頂點為 $(3, -4)$ 。
2. $y = f(x + 3) - 2$ 。
3. 最大值為 5，在 $x = 2$ 時取得。

3 坐標幾何

3.1 距離、中點與斜率

設 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 為兩點：

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right),$$

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2).$$

兩條非垂直的直線平行時 $m_1 = m_2$ ；互相垂直時 $m_1 m_2 = -1$ 。

3.2 直線方程

表 3.1: 直線方程的各種形式

形式	方程	適用情況
斜截式	$y = mx + c$	已知斜率及 y 軸截距
點斜式	$y - y_1 = m(x - x_1)$	已知一點及斜率
一般式	$Ax + By + C = 0$	任何直線，包括垂直線

例題 3.1 (垂直平分線). 求連接 $A(1, 2)$ 及 $B(5, -6)$ 的線段的垂直平分線方程。

解。中點為 $M = (3, -2)$ ，而

$$m_{AB} = \frac{-6-2}{5-1} = -2,$$

故垂直平分線的斜率為 $\frac{1}{2}$ 。用點斜式得

$$y + 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \implies x - 2y - 7 = 0.$$

3.3 圓

圓心為 (a, b) 、半徑為 r 的圓，其方程為

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, \quad (3.1)$$

展開後得一般式

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0, \quad (3.2)$$

其圓心為 $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$ ，半徑為 $\sqrt{\frac{D^2+E^2}{4} - F}$ 。

小心

只有當 $\frac{D^2+E^2}{4} - F > 0$ 時，方程 3.2 才代表一個真正的圓。若該式等於零，方程只代表一個點；若小於零，則沒有任何實點。

3.4 練習

1. 求 $(-3, 4)$ 與 $(2, -8)$ 之間的距離。
2. 求 $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ 的圓心及半徑。
3. 直線 $2x - 3y + 6 = 0$ 經過 $P(a, 4)$ ，求 a 。

答案

1. 13° 。
2. 圓心 $(3, -4)$ ，半徑 6。
3. $a = 3$ 。

4 統計

4.1 集中趨勢的量度

對於一組數據 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，其**平均數**為

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

把數據排序後，位於中間的數值稱為**中位數**；出現次數最多的數值稱為**眾數**。

該用哪一個量度？

平均數用上了每一個數值，但會被極端值拉扯。中位數則不受極端值影響，所以收入及樓價數據通常以中位數報告。

4.2 離差的量度

一組總體數據的**標準差**為

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

四分位數間距為 $\text{IQR} = Q_3 - Q_1$ 。一般而言，若某數值小於 $Q_1 - 1.5 \text{ IQR}$ 或大於 $Q_3 + 1.5 \text{ IQR}$ ，便視為極端值。

例題 4.1 (線性變換的影響). 某組數據的平均數為 50，標準差為 8。若把每個數值乘以 3，再減去 10，求新數據的平均數及標準差。

解。設 $y = 3x - 10$ ，則

$$\bar{y} = 3\bar{x} - 10 = 3(50) - 10 = 140,$$

$$\sigma_y = |3| \sigma_x = 3(8) = 24.$$

加減一個常數只會令數據整體平移，不會改變離散程度，所以標準差不變。

4.3 標準分

數值 x 的標準分為

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma},$$

它量度 x 距離平均數多少個標準差。標準分讓不同測驗的成績可以直接比較。

4.4 練習

1. 求 4, 7, 7, 9, 13, 20 的平均數及中位數。
2. 某測驗的平均分為 60，標準差為 8。一名學生得 72 分，求其標準分。
3. 若把一組數據中每個數值都加 5，說明平均數、中位數及標準差分別有何變化。

答案

1. 平均數 10，中位數 8。
2. $z = 1.5$ 。

3. 平均數及中位數均增加 5；標準差不變。

參考資料

公式表

代數

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$a^m a^n = a^{m+n}, \quad \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

坐標幾何

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

求積法

$$V_{\text{圓錐}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad A_{\text{球}} = 4\pi r^2$$

三角學

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\text{面積} = \frac{1}{2}ab \sin C$$

統計

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

香港中學文憑試 數學

必修部分

由學斯教育有限公司開發及維護

本作品內容採用 CC BY-NC-SA 4.0 授權。

授權條款：<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.zh-hant>

香港的官立、資助、直資及私立中小學可為校內教學而複製、改編本作品，並透過學校營運的學習平台提供本作品；不論學校是否收取學費，此項許可均適用。署名及相同方式分享等其他授權條款仍然適用。

「學斯教育」及 Hoksi Education 的名稱、商標與標誌均屬學斯教育有限公司所有，不包含在內容授權範圍內。完整且未經修改的版本可保留該等商標及標誌；改編版本 必須將其移除，除非事先取得書面許可。不得抽取、修改或獨立使用該等商標及標誌，亦不得以任何方式暗示學斯教育有限公司對第三方、產品或服務作出認可、合作或贊助。



網上版本

<https://books.hoksi-edu.com/zh-hk/dse-math-compulsory/>



回報錯誤

<https://github.com/Hoksi-Education/textbooks/issues/new>